

Monique FRÉDÉRICX

ULB

centre de documentation pédagogique

Une étude de coniques...

Pour ne pas tomber en panne de kérosène

UREM

Unité de Recherche

sur l'Enseignement des Mathématiques



Les Cahiers du CeDoP

**Le contenu de ce document n'engage que la seule responsabilité de son auteur.
Toute représentation, traduction, adaptation ou reproduction, même partielle, par tous procédés,
en tous pays, faite sans autorisation préalable, est illicite et expose le contrevenant
à des poursuites judiciaires.**

**Collection: Les Cahiers du CeDoP
Mise en page: Frédérique van Gyzegem**

ISBN 2-930089-06-7

Plan

1. Rappel théorique
2. Exercices

MATHÉMATIQUE

UNE ÉTUDE
DE CONIQUES...

Pour ne pas tomber en panne
de kérosène

Niveau :

4^e - 5^e - 6^e année (toutes sections)

Objectif :

Application de la définition du cercle, de l'ellipse et de la parabole étudiés
comme lieux géométriques.

UREM

Unité de Recherche sur l'Enseignement
des Mathématiques

Professeurs

Fr. BUEKENHOUT, M. PARKER, J. SENGIER

CAMPUS PLAINE c.p. 216

BD DU TRIOMPHE

B-1050 BRUXELLES

Tél. (32) (2) 650 58 71 (Secrétariat 650 58 64)

e-mail ulbmath@ulb.ac.be

Telex Unilib B 23069

Fax (32) (2) 650 58 99



MATHÉMATIQUEUNE ÉTUDE
DE CONIQUES...

Pour ne pas tomber en panne
de kérosène

Monique FRÉDÉRIKX

1. RAPPEL THÉORIQUE

Dans le plan,

- le lieu des points situés à une distance R donnée d'un point O donné, est **le cercle de centre O et de rayon R** .
- le lieu des points dont la somme des distances à deux points donnés f et f' est une constante donnée, est une **ellipse de foyers f et f'** .
- le lieu des points à égale distance d'une droite donnée D et d'un point donné f est la **parabole de foyer f et directrice D** .

2. EXERCICES**2.1. Avec une quantité de kérosène suffisante pour parcourir 40 km en avion, quelles régions peut-on survoler au départ de Bruxelles, si l'on désire revenir à Bruxelles ?**

Les points limites de la zone qui peut être survolée se situent sur un cercle centré sur Bruxelles et d'un rayon de 20 km.

L'échelle de la carte étant de $1/1\,250\,000$, toutes les villes situées à l'intérieur du cercle centré sur Bruxelles et de rayon $2 \cdot 10^6 / 125 \cdot 10^3 \text{ cm} \cong 1,8 \text{ cm}$ pourront être survolées.

Voir carte en annexe

2.2. Avec une quantité de kérosène suffisante pour parcourir 130 km en avion, quelles régions peut-on survoler au départ de Nivelles, si l'on désire atterrir à Liège ?

MATHÉMATIQUE

La solution est donnée cette fois par une ellipse de foyers Nivelles (N) et Liège (L). Il est facile de trouver les sommets de cette ellipse.

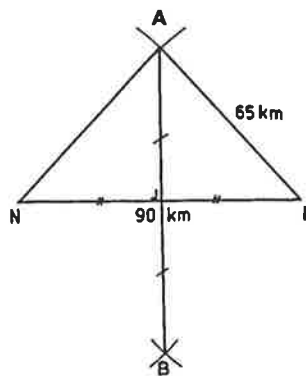
Solution du problème :

Sur la carte, nous mesurons une distance de 8,0 cm entre Bruxelles et Nivelles, ce qui correspond à une distance réelle d'environ 90 km.

Un sommet A de l'ellipse-solution est donc tel que

$$|AN| = |AL| = 65 \text{ km réels.}$$

Par symétrie, nous trouvons le point B qui est un autre sommet de l'ellipse.



Un des sommets, C, qui se situe sur l'axe NL se déduit du fait que

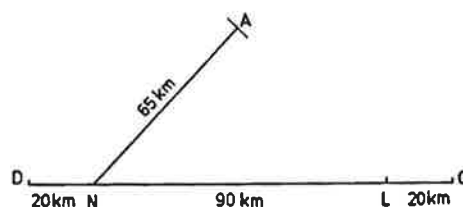
$$|NC| + |CL| = |NL| + 2 \cdot |LC| = 90 + 2 \cdot |LC| = 130$$

ou

$$|LC| = 20 \text{ km}$$

C se trouve à 20 km de L sur la droite NL, à l'extérieur du segment [NL]. Par symétrie, on trouve le quatrième sommet D de l'ellipse solution.

Nous obtenons donc les résultats réels suivants :



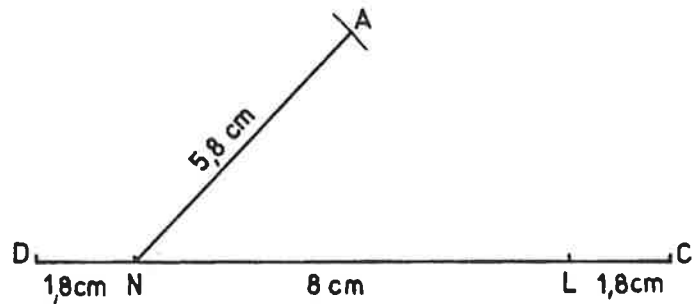
MATHÉMATIQUE

UNE ÉTUDE DE CONIQUES...

Pour ne pas tomber en panne
de kérosène

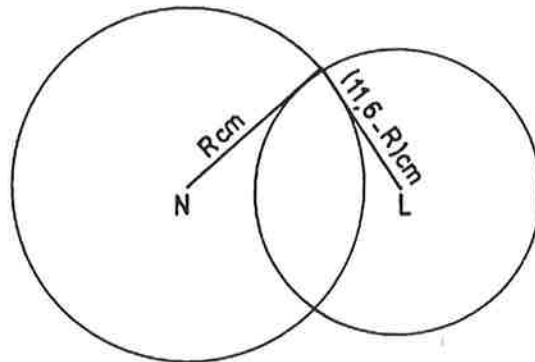
Monique FRÉDÉRIKX

qui sur la carte deviennent



et ceci aux erreurs d'arrondis de calculs près.

D'autres points de l'ellipse s'obtiennent facilement sur la carte comme intersections d'un cercle de centre N et de rayon R cm ($1,8 \leq R \leq 9,8$) et du cercle de centre L et de rayon $(11,6 - R)$ cm.



Il est à noter que deux tels points fournissent immédiatement deux autres points par symétrie.

Voir carte en annexe

MATHÉMATIQUE

2.3. Quelles sont les villes de Belgique situées à la même distance du littoral belge et de Nivelles ?

Nous assimilons la côte belge à un segment de droite en joignant les deux points frontières K et M du littoral belge.

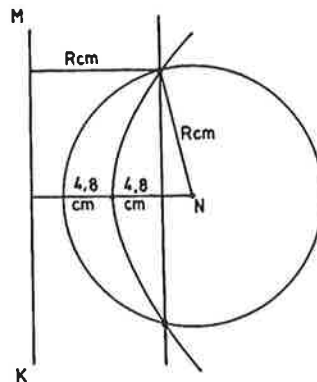
Nous mesurons sur la carte la distance entre Nivelles (N) et la droite KM . Celle-ci est de 9,6 cm, ce qui correspond à une distance réelle d'environ 108 km.

Le problème semble donc consister à trouver l'ensemble des points situés à égale distance entre la droite KM et le point N , ce dernier étant situé à une distance 9,6 cm de la droite (sur la carte). La solution semble donc être la parabole de foyer N et de directrice KM .

Un point immédiat de cette parabole est le point qui se trouve sur la perpendiculaire abaissée de N sur KM à mi-distance entre N et KM .

Pour trouver deux points quelconques de la parabole, il suffit de tracer un cercle de centre N et de rayon R cm ($R \geq 4,8$) et de tracer la droite distante de R cm de la droite KM (du côté de N). Deux points de la parabole cherchée sont les intersections de ce cercle et de cette droite.

Cette opération peut être renouvelée autant de fois qu'on le désire.



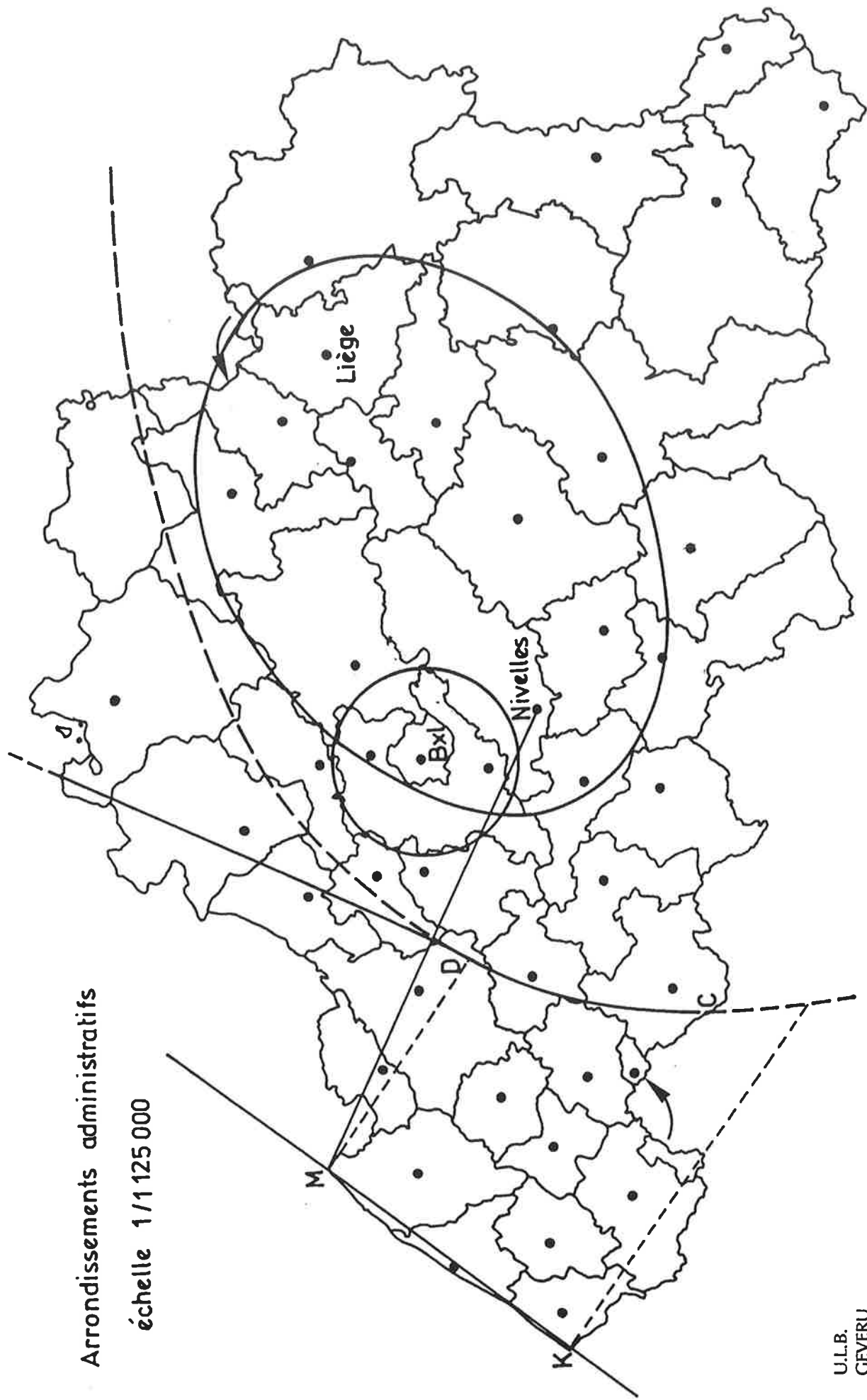
En ayant tracé cette parabole a-t-on résolu le problème posé ?

Non, car la côte belge ne peut être assimilée à une droite mais à un segment de droite. Si K et M sont les extrémités de celui-ci, seul le segment CD de la parabole limité par les droites perpendiculaires à la côte belge passant par K et M et par la frontière belge est solution du problème.

À l'ouest, rien de nouveau.

Mais à l'est, il existe encore d'autres points qui répondent au problème posé: ce sont les points équidistants de N et de l'extrémité M du littoral. Les points de la médiatrice du segment $[NM]$ limitée à D et à la frontière nord-est de la Belgique complètent la solution à notre problème.

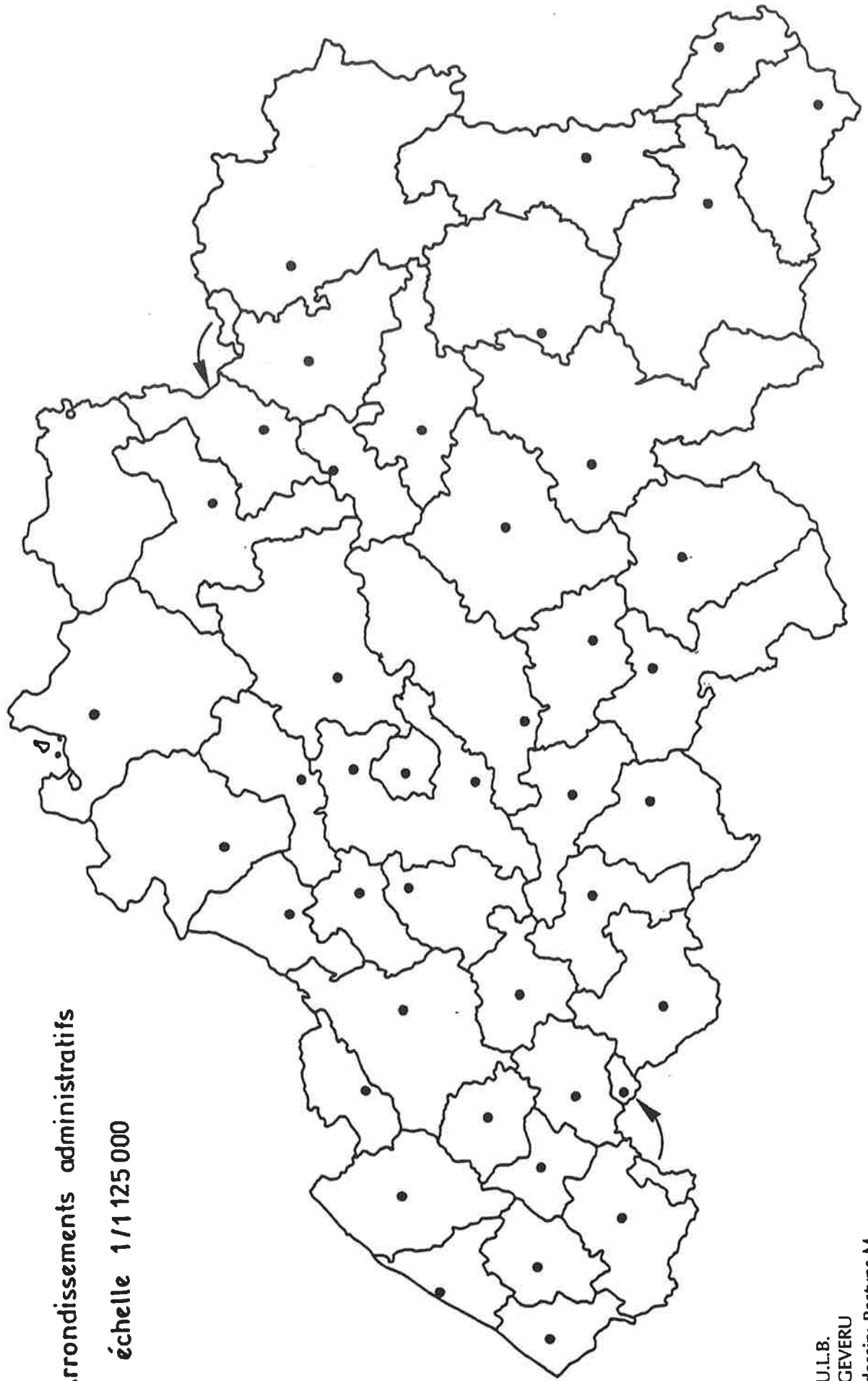
La solution est donc la réunion d'un segment de parabole et d'un segment de droite.



Arrondissements administratifs

échelle 1/1125 000

U.L.B.
GEVERU
dessin: Bastyns M.



Arrondissements administratifs

échelle 1/1 125 000

U.L.B.
GEVERU
dessin: Bastyns M.



Université libre de Bruxelles
Centre de Documentation Pédagogique - CeDoP
CP 186 - avenue F.D. Roosevelt, 50 - 1050 Bruxelles
© 02/650 40 35

Dépôt légal D/1994/6890/6
Prix de vente : 30 FB