

PROBLEMATHS

22 janvier 2018

Voici les derniers problèmes que nous soumettons à votre sagacité pour cette année académique 2017-2018.

Problémath 10

Les itérées d'une fonction $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ sont définies par $f^1(x) = f(x)$, $f^2(x) = f(f(x))$, $f^3(x) = f(f(f(x)))$, ..., $f^{n+1}(x) = f(f^n(x))$ pour tout $x \in \mathbb{R}$ et tout entier $n > 0$. Si $f(x) = x^2 + 12x + 30$, quelles sont toutes les solutions réelles de l'équation $f^{10}(x) = 0$?

Problémath 11

On lance une infinité de fois une pièce de monnaie pour laquelle pile (P) et face (F) sont équiprobables. Quelle est la probabilité que la première apparition de $5P$ consécutifs soit antérieure à la première apparition de $3F$ consécutifs?

Problémath 12

Dans un carré C du plan euclidien \mathbb{R}^2 , on construit le disque D tangent aux 4 côtés. A l'étape suivante, on construit, dans chacun des 4 coins de C , le disque tangent à D et aux deux côtés du coin. On continue ce processus une infinité de fois : à la $n^{\text{ème}}$ étape, on construit, dans chacun des 4 coins de C , le disque tangent aux deux côtés du coin et au disque construit dans ce coin à la $(n - 1)^{\text{ème}}$ étape. Que vaut le rapport de la somme des aires de tous ces disques à l'aire de C ?

Problémath 13

On choisit au hasard deux racines complexes $z \neq z'$ parmi les 2018 racines de l'équation $x^{2018} - 1 = 0$. Quelle est la probabilité que $|z + z'| \geq \sqrt{2 + \sqrt{3}}$?

Les solutions doivent nous parvenir **au plus tard le vendredi 2 mars à 14h**. Les solutions reçues après cette date limite ne seront plus acceptées!

LES PENSÉES DU JOUR

"Les mathématiques représentent, de mon point de vue, la seule stratégie cohérente pour comprendre et désigner de manière non ambiguë la réalité matérielle extérieure" (Alain CONNES, mathématicien français, Médaille Fields en 1982).

"Ce ne sont pas les applications qui font la beauté des mathématiques, mais les mathématiques qui embellissent les applications" (Jacques TITS, mathématicien belge de nationalité française, issu de l'ULB, Prix Wolf en 1993, Prix Abel en 2008).

"If you were to work out what mathematical research has cost the world in the last hundred years, then work out what the world has gained in crude economic terms, you will discover that the world has received an extraordinary return on a very small investment" (Timothy GOWERS, mathématicien anglais, Médaille Fields en 1998).

"C'est de l'Inde que nous vient l'ingénieuse méthode d'exprimer tous les nombres avec dix caractères, en leur donnant à la fois une valeur absolue et une valeur de position, idée fine et importante, qui nous paraît maintenant si simple que nous en sentons à peine le mérite. Mais cette simplicité même et l'extrême facilité qui en résulte pour tous les calculs placent notre système d'arithmétique au premier rang des inventions utiles, et l'on appréciera la difficulté d'y parvenir si l'on considère qu'il a échappé au génie d'Archimède et d'Apollonius, deux des plus grands hommes dont l'Antiquité s'honore" (Pierre-Simon LAPLACE, mathématicien et physicien français, 1749-1827).

"You cannot define anything precisely. If we attempt to, we get into that paralysis of thought that comes to philosophers who sit opposite to each other, one saying to the other. "You don't know what you are talking about" The second one says "What do you mean by know? What do you mean by talking? What do you mean by you?" and so on". (Richard FEYNMAN, physicien américain, 1918-1988, Prix Nobel de physique en 1965).