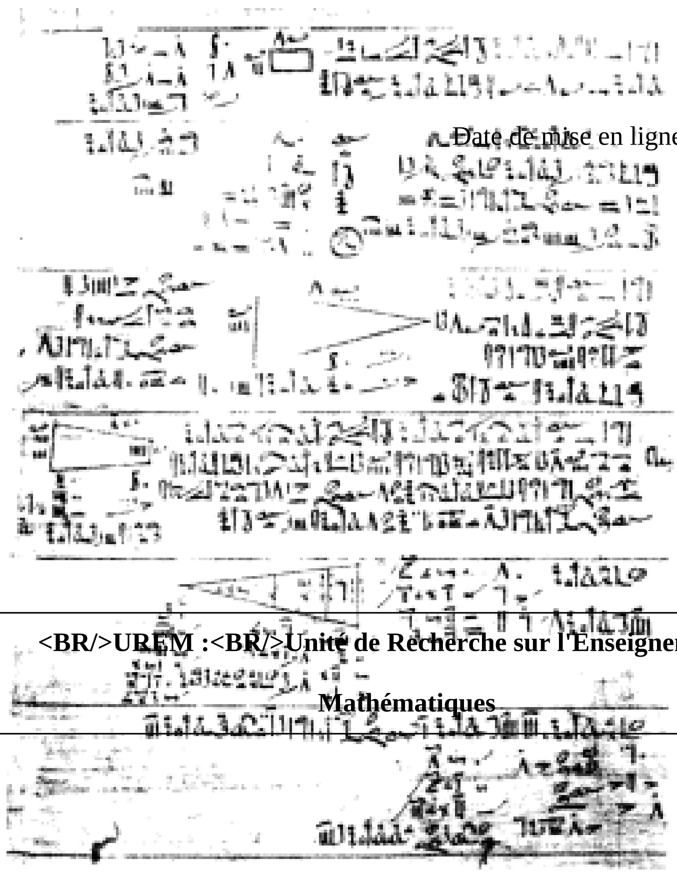
Origine terminologique des “ellipses, paraboles et hyperboles”

- Equipes de travail - Histoire des mathématiques -



Date de mise en ligne : lundi 31 janvier 2011

**
UREM :
Unité de Recherche sur l'Enseignement des Mathématiques**

<h3 class="spip">Origine terminologique des “ellipses, paraboles et hyperboles”</h3>

Michel Lartillier

31 janvier 2011

Voici bien des termes ancrés dans le vocabulaire mathématique et ... syntaxique.

On lit beaucoup d'explications diverses quant à la signification de ces termes et leur apparition en divers contextes (mathématiques et autres) Qu'en est-il exactement ?

Les verbes grecs “*ellipsein, parabolein et hyperbolein*” sont d'usage courant en langue grecque antique avec leur sens de “manquer de, être égal et être en excès”. Ils vont très vite adopter le sens qui leur est d'ailleurs resté en stylistique (pensons seulement aux “Paraboles” du Nouveau testament) Un raisonnement géométrique très ancien va faire apparaitre “parabole, ellipse et hyperbole” en mathématique :

“*l'application des aires*”

En quoi consiste cette “*application des aires*”,

On se donne un segment [a,b] et une portion de surface d'aire S et .. on applique un rectangle d'aire S sur ce segment [a,b] Trois possibilités :

- 1. le rectangle a pour un de ses côtés le segment [a,b] : “sorte d'égalité” on effectue une *PARABOLE (des aires)*
- 2. le rectangle a pour un de ses côté une partie du segment [a,b] : “il y a un manque” on effectue une *ELLIPSE (des aires)*
- 3. le rectangle a pour un de ses côtés une extension du segment [a,b] : “il y a un excès” on effectue une *HYPERBOLE (des aires)* Voici donc les termes “parabole, ellipse et hyperbole” au sein du langage mathématique.

La lecture des Eléments d'Euclide en Grec montrera amplement l'usage qu'Euclide fait de ses termes dans de nombreux théorèmes (les traductions anglaises et françaises ont “hélas” éliminé cette terminologie) Les sections coniques s'obtenaient de manière quelque peu différente des” notres” :

- le cône doit être droit
- le plan de section doit être perpendiculaire à une génératrice du cône Il s'en suit que chaque conique obtenue est associée à son cône et que seule une branche de “l'hyperbole” est considérée
- 1. section de cône d'angle (au sommet) droit : “notre parabole”
- 2. section de cône d'angle (au sommet) aigu : “notre ellipse”
- 3. section de cône d'angle (au sommet) obtus : “ notre demie-hyperbole”

Ni Euclide, ni Archimède n'usent de parabole, ellipse et hyperbole lorsqu'ils parlent de section conique !

Vient alors “le grand géomètre” Apollonius de Pergé [200 A.C.] qui dans son monumental ouvrage consacré aux coniques va introduire plusieurs innovations :

- le double cône est pris en considération (la section de cône d'angle obtus va ainsi apparaître avec ses deux branches)
- le cône est quelconque
- le plan de section est lui aussi quelconque dans le premier livre, il va établir 3 théorèmes à l'aide des applications des aires qui seront fondamentaux pour la terminologie future des coniques :
- 1. Dans toute section d'un cône d'angle droit , il y a une “parabole” entre un côté fixé et un rectangle d'aire

donnée

- 2. Dans tout section d'un cône d'angle aigu, il y une “ellipse” entre un côté fixé et un rectangle d'aire donnée
- 3. Dans toute section d'un cône d'angle obtus, il y a une “hyperbole” entre un côté fixé et un rectangle d'aire donnée et propose de baptiser par parabole, ellipse et hyperbole les trois sections coniques.

Ces nouvelles appellations sont bien “légitimes” avec la mathématique grecque de son temps et concordent bien avec les autres occurences de parabole, ellipse et hyperbole. La vision projective depuis Désargues [1591-1661] des coniques va familiariser les mathématiciens avec une classification “par points à l'infini” des coniques :

- 1. Aucun point (réel) à l'infini : ellipse
- 2. Un point (double)(réel) à l'infini : parabole
- 3. Deux points (réels) à l'infini : hyperbole Ces idées adoptées au XIX siècle vont amener à la suite de Steiner [1796-1863] à qualifier de “parabolique, elliptique et hyperbolique” tout concept associé à 1,0 ou 2 points (soit à l'infini soit comme points doubles d'une transformation). Cette tendance de l'époque amènera F.Klein [1849-1925] à baptiser de manière similaire les trois géométries (Euclide, Riemann et Bolyai-Lobachevski)
- 1. la géométrie de Riemann dont les droites sont dépourvues de point à l'infini : géométrie elliptique
- 2. la géométrie de Bolyai-Lobachevski dont les droites ont deux points à l'infini : géométrie hyperbolique
- 3. la géométrie d'Euclide dont les droites ont un seul point à l'infini : géométrie parabolique.

On voit ainsi comment une terminologie peut évoluer au cours des siècles tout en gardant , d'une certaine manière, la même étymologie Dans un article plus complet (à paraître) les textes originaux (Grecs, Euclide, Apollonius, Klein) seront inclus.

